Esempio 1:

1. Trigonometria:
   a. Verificare l'identità: $\frac{1+\sin(x)}{\cos(x)+cotan(x)} = \frac{\sin(x)+tan(x)}{1+\cos(x)}$
   b. Semplificare:
   $$[\sin(180° - x) + \sin(690°)]^2 - \sin(270° + x)\tan(x - 360°) + cos^2(x)$$
   c. Risolvere l'equazione: $\cos(2x) + \sin(3x + 10°) = 0$

2. Del triangolo di lati *a, b, c* e di rispettivi angoli opposti α, β e γ determinare le misure mancanti considerando tutte le possibilità.
$$a = 45, \qquad c = 35, \qquad \gamma = 25°$$

3. Una colonia di batteri cresce esponenzialmente raddoppiando ogni 20 minuti, secondo la legge $\boxed{N(t) = b \cdot a^t}$, dove *N(t)* rappresenta il numero di batteri dopo t minuti. Dopo 40 minuti dall'inizio dell'esperimento si contano 10^4 batteri.
   a. Determinare i parametri $a, b \in \mathbb{R}$.
   b. Quanti saranno, circa, i batteri dopo 1,5 ore dall'inizio dell'esperimento?
   c. Calcola la crescita percentuale del numero di batteri in un minuto.

4. Risolvere le seguenti equazioni:
   - $\log_3(\sqrt{x+1}) - \log_3(x+1) = 1$
   - $\frac{(5^{x-1})^2}{25} = (\sqrt{125})^{x+1}$

5. Di un'ellisse si sa che passa per il punto $P\left(\frac{21}{5}, \frac{8\sqrt{6}}{5}\right)$ e ha i fuochi coincidenti con quelli dell'iperbole di equazione: $9x^2 - 16y^2 = 144$. Determinare l'equazione cartesiana dell'ellisse.

6. È data la circonferenza
$$\mathcal{C}: x^2 + y^2 + 4x + 4y - 17 = 0$$
   a. Un'altra circonferenza di centro $P(6, 4)$ è tangente esternamente a $\mathcal{C}$. Quanto misura il raggio della seconda circonferenza?
   b. Scrivere un'equazione della retta tangente a $\mathcal{C}$ passante per $Q(1, 2)$.

7. In un sistema di riferimento ortonormato sono dati i vettori

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} k \\ 2k+1 \end{pmatrix} \ e \ \vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

dove $k \in \mathbb{R}$.

a. Determinare per quali valori di k i vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ formano una base.

b. Determinare per quali valori di k i vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ sono ortogonali.

c. Ponendo $k = 1$ verificare che $\vec{a}$ e $\vec{c}$ formano una base. In seguito esprimere il vettore $\vec{b}$ come combinazione lineare di $\vec{a}$ e $\vec{c}$.

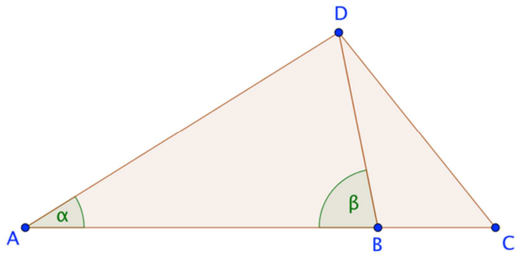
Esempio 2:

1. Trigonometria:
   a. Verificare le identità seguenti:
      - $\frac{1}{cos^2(x)} - 1 = tan^2(x)$
      - $\cos(x) + \cos\left(x + \frac{2}{3}\pi\right) + \cos\left(\frac{2}{3}\pi - x\right) = 0$

   b. Trovare tutte le soluzioni comprese nell'intervallo $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ dell'equazione

$$3\sin\left(2x + \frac{7\pi}{36}\right) = 7\cos\left(2x + \frac{7\pi}{36}\right)$$

2. Nel triangolo ACD (vedi figura) si conoscono $|BC| = 10\ cm, |BD| = 28\ cm$ e $\alpha = 25°\ e\ \beta = 80°$. Determinare il perimetro del triangolo ACD.



3. Uno studioso ha raccolto dei dati sulla massa di uranio presente in un certo campione. Poiché l'uranio è radioattivo, esso ridurrà la propria massa giornalmente sempre della stessa percentuale. Quale delle seguenti tabelle potrebbe descrivere i dati raccolti dallo studioso?

Giorno 0	***Giorno 1***	***Giorno 2***	***Giorno 3***	***Giorno 4***	***Giorno 5***
2000 grammi	1700 grammi	1400 grammi	1100 grammi	800 grammi	500 grammi

Giorno 0	***Giorno 1***	***Giorno 2***	***Giorno 3***	***Giorno 4***	***Giorno 5***
2000 grammi	1660 grammi	1378 grammi	1143 grammi	949 grammi	788 grammi

Giorno 0	***Giorno 1***	***Giorno 2***	***Giorno 3***	***Giorno 4***	***Giorno 5***
2000 grammi	1700 grammi	1428 grammi	1185 grammi	948 grammi	711 grammi

Basandoti sulla scelta dell'esercizio precedente determinare:

a. il modello che descrive tale decadimento;
b. la massa di uranio dopo 10 giorni;
c. dopo quanti giorni la massa di uranio sarà di 500 grammi.

4. Risolvi le seguenti equazioni:
    - $\log_{0,4}(\log_4(6x-3)) = 0$
    - $5^{x^2-7} = 25$

5. Di un parallelogramma ABCD è noto che:
    - C e D si trovano sulla retta di equazione $y = 2x + 4$;
    - Le coordinate del vertice $A(3; 2)$, l'ascissa del vertice B, $x_B = 7$ e l'ascissa del vertice C, $x_C = 9$.

    Determinare le coordinate del vertice D e l'area del parallelogramma.

6. Date le rette r: $\binom{x}{y} = \binom{a}{-9.5} + \lambda \cdot \binom{2}{5}$ e s: $\binom{x}{y} = \binom{-8}{-2.5} + \lambda \cdot \binom{-8}{b}$ e il punto $P(-1; 0.5)$.
    a. Determinare $a \in \mathbb{R}$ tale che P appartenga alla retta r.
    b. Determinare $b \in \mathbb{R}$ tale che la retta r sia perpendicolare alla retta s.
    c. Calcolare le coordinate del punto di intersezione tra le rette r e s ponendo $a = -5$ e $b = 3{,}2$.

7. Determinare le caratteristiche (tipo di conica; centro di simmetria; coordinate fuochi; eccentricità) della conica di equazione:

$$2x^2 + y^2 - 12x - 6y + 17 = 0.$$